La Secretaría de Educación Pública y Cultura del Gobierno del Estado de Sinaloa, el Centro de Ciencias de Sinaloa, la Universidad Tecnológica de Culiacán, el Ayuntamiento de Culiacán a través de la Coordinación General Municipal de Educación y el Instituto MIA, el Instituto Sinaloense de la Juventud, el Instituto de Apoyo a la Investigación e Innovación, la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas A.C., Capítulo Sinaloa

CONVOCAN

A los estudiantes de 5° y 6° grados de primaria y nivel secundaria a participar en la

8 OLIMPIADA ESTATAL DE MATEMÁTICAS

Bajo las siguientes BASES:

PARTICIPANTES.

podrán participar alumnos del sistema educativo estatal inscritos en el ciclo 2019 - 2020 que cursen su educación primaria nacidos después del 31 de agosto del año 2006 y los que cursen su educación secundaria nacidos después del 31 de agosto de 2003, en cualquiera de las modalidades educativas, oficiales o particulares.

I. CATEGORÍAS.

a) Alumnos inscritos en quinto o sexto grado de primaria.

b) Alumnos inscritos en primer grado de secundaria.

c) Alumnos inscritos en segundo grado de secundaria.

d) Alumnos inscritos en tercer grado de secundaria.

II. ETAPAS.

A) INTRAMUROS (ESCUELA) cada escuela diseñará y aplicará su examen, antes del **22 de noviembre de 2019.** Se levantará acta de los resultados en los siguientes términos en primaria, firmada por el director(a) de la escuela, en secundaria, por el coordinador académico y el director de la escuela. En la relación de los alumnos participantes, y se entregará a la supervisión escolar correspondiente para la etapa de zona escolar. Pasarán a la siguiente etapa los dos primeros lugares de cada categoría.

B) ZONA ESCOLAR: cada zona escolar aplicará su examen antes del **20 de diciembre de 2019.** Se levantará acta de resultados firmada por los representantes y directores de las escuelas participantes, anexando la relación de los alumnos participantes y se entregará al área académica de su nivel. Pasarán a la siguiente etapa los dos primeros lugares de cada categoría.

C) REGIONAL (preselectivo estatal): se aplicará un examen el **30 de Enero de 2020, a las 10:00 horas**, en las regiones y ciudades señaladas en la siguiente tabla.

REGIÓN	SEDE	MUNICIPIOS
NORTE	LOS MOCHIS	Ahome, El Fuerte, Choix
CENTRO-NORTE	GUASAVE	Guasave, Sinaloa, Salvador Alvarado, Angostura, Mocorito
CENTRO	CULIACÁN	Culiacán, Navolato, Cosalá, Badiraguato, Elota
SUR	MAZATLÁN	Mazatlán, Concordia, San Ignacio, Rosario, Escuinapa

Cada región establecerá un comité responsable de la organización, que se encargará de seleccionar la sede y la logística para la aplicación del examen.

El examen será diseñado y evaluado por el Comité de Olimpiadas de la Delegación Nacional de Profesores de Matemáticas A.C. Capítulo Sinaloa.
En esta etapa se seleccionarán a los 15 alumnos con mayor puntaje por categoría en la entidad, considerando todas las sedes, para integrar un preselectivo estatal.

D) ETAPA ESTATAL: se aplicará un examen a los alumnos del preselectivo estatal, en la ciudad de Culiacán, Sinaloa, en las instalaciones de la sede temporal del Centro de Ciencias de Sinaloa, Universidad Tecnológica de Culiacán, ubicada en Ciudad Educadora Sustentable del Saber, carretera a Imala Km. 2, a las 10:00 horas, el 28 de febrero de 2020. Para inscribir a los alumnos ganadores en esta etapa, la escuela de origen deberá presentar un expediente con la siguiente documentación.

- Copia de acta de nacimiento.
- Constancia de estudios certificada por el director de la escuela, con o sin fotografía.
- Copia de la Clave Única de Registro de Población (CURP)
- Carta de autorización de padres de familia o tutores.

Se seleccionará a los participantes que obtengan los dos más altos puntajes de cada categoría. Se levantará acta de resultados firmada por la comisión evaluadora. La premiación se realizará el día 26 de marzo de 2020 a las 11:00 horas, en el Instituto MIA. Los estudiantes ganadores de la etapa estatal representarán a Sinaloa en la XX Olimpiada Nacional de Matemáticas.

III. INFORMES.

Centro de Ciencias de Sinaloa
Prof. Silverio Camarena Garay
Tel. (667) 7599000
Email:
silveriocamarenagaray@gmail.com

IV. RECONOCIMIENTOS.

se otorgará constancia electrónica de participación a cada alumno en la etapa estatal.

V. Los casos no previstos en esta convocatoria serán resueltos por el comité académico de la olimpiada.

Culiacán Rosales, Sinaloa, México, Octubre de 2019.

Juan Alfonso Mejía López
Secretario de Educación Pública y Cultura

Luis Arturo León Tavera
Director General del Centro de Ciencias de Sinaloa

MIA · primero los niños · primero los jóvenes · ISJU · ANPM

“La importancia de la narrativa en los procesos de construcción y validación de estrategias matemáticas”

A manera de análisis para concretar algunos aspectos sobre las construcciones de aprendizajes matemáticos, expondremos un análisis sencillo y breve sobre la importancia de los procesos narrativos elaborados por los alumnos donde manifiestan las estrategias de construcción de conceptos matemáticos.

Sfard, habla sobre la importancia de describir mediante discursos matemáticos en lugar de analizar objetos matemáticos. Comenta que uno de los métodos para prescindir del uso de los objetos es el cambio a otras estrategias como el dibujo y la enumeración de las piezas en la pizarra.

Al compartir de forma grupal las estrategias utilizadas por los estudiantes al resolver el problema planteado, permite que el resto del colectivo fortalezca, valide o rechace los propios,

La teoría de Sfard resuelve muchos dilemas que han molestado a la gente sobre teorías cognitivas participacionista y de grupo, tales como: ¿cómo pueden existir ideas, discursos y agrupaciones sociales más que en las mentes individuales? Proporciona información detallada análisis de cómo la gente participa en los discursos de las comunidades, al menos dentro del dominio de los discursos de matemáticas, tanto a nivel local e histórico. Se da cuenta de algunas formas básicas en las que surge el aprendizaje individual de las actividades de colaboración.

Indica cómo el significado (situado en el uso lingüístico) puede ser encapsulada en símbolos. Explica cómo los niños aprenden y que la creatividad es posible, al tiempo que sugiere maneras de crianza y estudia el aprendizaje.

Sfard nos ha hecho el gran servicio de llevar al "giro lingüístico" la filosofía del siglo XXI (especialmente Wittgenstein) en la ciencia del aprendizaje, elabora su perspectiva sobre el ejemplo de un reto de la educación matemática. Ella muestra la forma de ver los conceptos matemáticos y el aprendizaje del alumno como fenómenos discursivos en vez de objetos mentales.

Esta filosofía pone al descubierto el uso imperante de estrategias de redacción, donde se integre el dominio procedimental y de abstracción, mediante la manifestación lógica y coherente de procesos de resolución, así como el manejo de estrategias matemáticas.

Dentro de las exigencias para la interpretación de las narrativas descritas por los alumnos y colectivos, exige del docente un dominio pleno de los conceptos abordados, esto permite identificar si las estrategias planteadas son las más adecuadas.

Las connotaciones anteriores se observan en la discusión de Sfard sobre la perspectiva que debe permanecer en el investigador, define que es correcto que el análisis requiere la comprensión de los datos desde perspectivas distintas de las de los participantes, por ejemplo, al analizar las estructuras de la dinámica de interacción y las trayectorias individuales, su visión debe ser amplia y completa. Sin embargo, es importante diferenciar esta perspectiva analítica (que todavía entiende y se basa en su comprensión de la creación de significado). El analista debe entender primero el discurso con el fin de "explorar" desde el metadiscurso y ser competente para hacerlo.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Mathematical Discourse as Group Cognition, *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses and mathematizing* (Sfard, 2008).

Material de apoyo para la olimpiada de matemáticas nivel primero de secundaria

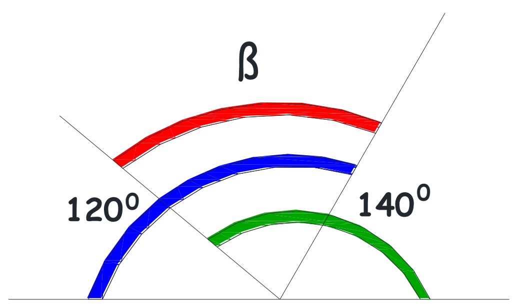
1. Carolina, Lucía, Miriam y Paola cocinaban galletas. Juntas cocinaron 168 galletas. Carolina hizo el mismo número de galletas que Lucía así como Miriam hizo el mismo número de galletas que Paola. ¿Cuántas galletas cocinaron entre Paola y Lucía?

Respuesta:
Tomando en consideración que entre las cuatro cocinaron 168 galletas.
Tenemos que;

$$Galletas\ de\ Carolina + Galletas\ de\ Lucía + Galletas\ de\ Miriam + Galletas\ de\ Paola = 168\ Galletas$$

Carolina y Lucía hicieron la misma cantidad y también Miriam y Paola; por lo tanto,
Galletas de Lucía + Galletas de Lucía + Galletas de Paola + Galletas de Paola = 168 galletas
Por lo cual:
2 Galletas de Lucía + 2 Galletas de Paola = 168 Galletas
De aquí que:
2(Galletas de Lucía + Galletas de Paola) = 168 Galletas
Galletas de Lucía + Galletas de Paola = $\frac{168}{2}$Galletas
Galletas de Lucía + Galletas de Paola = 84 Galletas

2. Halle la medida del ángulo β



Respuesta:

Consideramos un ángulo llano, 180°

El ángulo obtuso de 120° lo podremos expresar de la siguiente manera:

$$120^{\circ} = (\beta) + (120^{\circ} - \beta)$$

El ángulo obtuso de 140° lo podremos expresar de la siguiente manera:

$$140^{\circ} = (\beta) + (140^{\circ} - \beta)$$

Por lo cual voy a poder poner:

$$180^{\circ} = (120^{\circ} - \beta) + (\beta) + (140^{\circ} - \beta)$$

Simplificando:

$$180^{\circ} = 120^{\circ} - \beta + \beta + 140^{\circ} - \beta$$
$$180^{\circ} = 120^{\circ} + 140^{\circ} - \beta$$
$$180^{\circ} = 260^{\circ} - \beta$$

De aquí que:

$$\beta = 80^{\circ}$$

3. La maestra de primero de secundaria entregó un solo libro que tiene 225 páginas, a un equipo integrado por tres jóvenes; tenían que leerlo y realizar un resumen, ellos deciden repartirse el trabajo y lo hacen de la siguiente manera; Héctor uno de los integrante ha leído 0.4 del total, Lucia que es otro integrante del equipo continua a partir de donde se quedó Héctor y lee $\frac{2}{6}$ partes del resto y Alberto que es el tercer integrante lee 80 páginas, a partir de donde se quedó Lucia. ¿Quién ha leído más? ¿Cuantas páginas faltan por leer?

Respuesta:

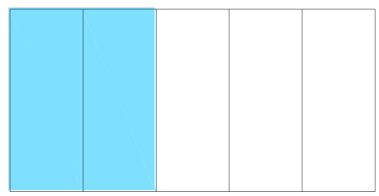
Se toma como la parte entera el libro de 225 páginas, tenemos que cambiar los decimales a números fraccionarios, la cantidad de páginas leídas por Héctor.

$$\frac{0.4}{1} \times \frac{10}{10} = \frac{4}{10}$$

Sacando una equivalencia:

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Lectura realizada por Héctor

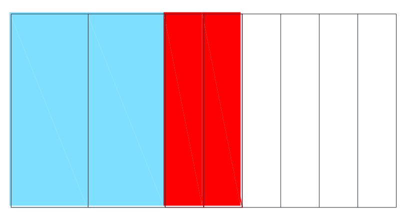


Entonces Héctor ha leído $\frac{2}{5}$,

De aquí tenemos que de 225 páginas entre cinco, cada quinta parte del libro corresponde a 45 páginas, por lo tanto Héctor ha leído 90 páginas.

Del entero relativo Lucia lee solamente $\frac{2}{6}$ partes.

Lectura realizada por Héctor y Lucia



Realizamos un gráfico para ilustrarnos:
Por lo tanto Lucia leyó solo una quinta parte del total, es decir leyó solo 45 páginas.

Aquí se contesta la primer pregunta, **¿Quién ha leído más?**
Héctor ha leído 90 páginas
Lucia ha leído 45 páginas
Alberto ha leído 80 páginas

¿Cuantas páginas faltan por leer? Si son 225 páginas y se leyó 90+45+80 = 215 páginas
Faltan 10 páginas por leer

4. Determine el valor que falta en la cuadrícula siguiente:

4	**9**	**11**
6	**8**	**12**
13	**16**	**27**
19	**26**	**43**
23	**7**	**28**
31	**47**	**?**

Respuesta:

El número buscado es 76, porque para cada fila, el número en la tercera columna es igual al número en la primera columna más el número en la segunda columna menos dos.
De aquí que: $31 + 47 - 2 = 76$

5. Nacho, compró una caja de cereal para desayunar. El primer día comió la quinta parte. De lo que quedó, el segundo día comió una tercera parte. Finalmente, el tercer día comió la mitad del resto. ¿Qué fracción del contenido de cereal quedo en la caja?

Respuesta:
Sea C el contenido de cereal en la caja. El primer día comió $\frac{C}{5}$;
el segundo día se comió $\frac{1}{3}(\frac{4C}{5})$;

Por lo tanto: $\frac{1}{3}\left(\frac{4C}{5}\right) = \frac{4C}{15}$. Al final del segundo día, la cantidad de cereal es:

$$C - \left(\frac{C}{5} + \frac{4C}{15}\right) = C - \left(\frac{7C}{15}\right)$$
$$C - \left(\frac{7C}{15}\right) = \frac{8C}{15}$$

El tercer día se comió $\frac{1}{2}\left(\frac{8C}{15}\right) = \frac{4C}{15}$. Por lo tanto, la fracción del contenido de la caja que sobra es:

$$\frac{8C}{15} - \frac{4C}{15} = \frac{4C}{15}$$

6. Consideremos los números impares menores que 100, entonces hay al menos un par de ellos cuya suma es 122, ¿Cuántas parejas de estos números encontrados podremos organizar, que cumplan esta condición?

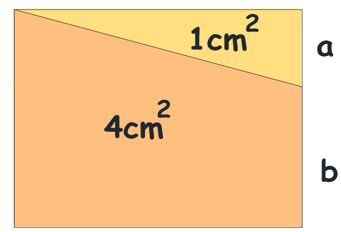
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99

La condición es; que en día y el mes de aplicación del examen, indican el día 12 y mes 2, al colocarlos en esta posición señalan el número 122.

Respuesta:
Los pares que se formaran serán los siguientes, de acuerdo con la relación de números impares menores que 100.
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, **27**, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99
Así sucesivamente, es decir;

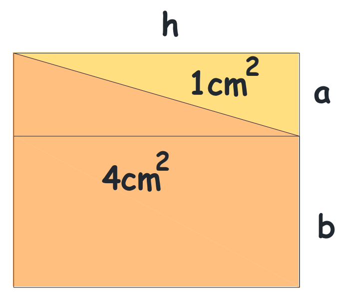
(23,99), (25,97), (27,95), (29,93), (31,91), (33,89), (35,87), (35,85), (37,83), (39,81), (41,79), (43,77), (45,75), (47,73), (51,71), (53,69), (55,67), (57,65), (59,63)
Se pueden encontrar 19 pares.

7. Si la línea inclinada divide al área del rectángulo en razón de 1:4, cual es la razón entre a y b?



Respuesta:

Tracemos una recta paralela a los lados horizontales del triángulo, como se muestra en la figura:



Observemos que el triángulo que se forma tiene área igual a $1cm^2$, entonces si llamamos h a la longitud de los lados horizontales tenemos que:

$$\frac{a*h}{2} = 1cm^2 \qquad \text{y} \qquad b*h = 3$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{h}}{\frac{3}{h}}$$

Por lo tanto: $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$

8. Silvia enciende una vela cada 3 segundos. Si cada vela se consume en un minuto, ¿Cuál es el número máximo de velas que estarán encendidas al mismo tiempo.

Respuesta:
Se construye la siguiente tabla:

Tiempo (Seg)	Número de velas
0	1
3	2
6	3
9	4
. . .	. . .
54	19
57	20
60	20
63	20

A partir del segundo 57, el número de velas no cambia, ya que se enciende y se apaga una vela cada tres segundos. Por tanto encenderá 20 velas.

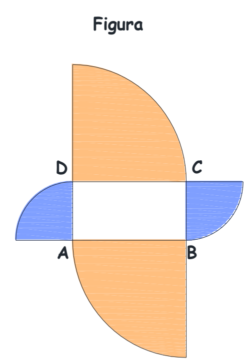
9. En un edificio se enumeran las puertas de las oficinas, iniciando con el número 1 y utilizando placas que contienen un dígito. Por ejemplo, al enumerar la puerta de la oficina que le corresponde el número 14, se utilizan 2 placas, una que contiene el número 1 y otra que contiene el número 4. Si en total se utilizaron 35 placas. ¿Cuántas puertas (oficinas) tiene el edificio?

Solución:
Las primeras 9 puertas solo requieren de una placa, las restantes requieren de 2 placas (de dos dígitos).

Dado que se tienen 35 placas, entonces después de numerar las primeras nueve puertas, quedarían 35 – 9 = 26 placas,

Las cuales servirán para enumerar a 13 puertas, luego el número total de puertas enumeradas es 9 + 13 = 22

10. En un rectángulo ABCD de perímetro igual a 42cm, además AB=2BC, sobre cada lado del rectángulo se dibuja un cuarto de círculo, como se muestra en la figura. Calcula el perímetro de la figura completa y su área.
Considera el valor de $\pi = 3.14$



Solución:
Como el perímetro del rectángulo es de 42 cm y tengo el dato que, el lado de la base del rectángulo es el doble de la altura. Lo puedo expresar de la siguiente manera:

$X + X + \frac{X}{2} + \frac{X}{2} = 42$

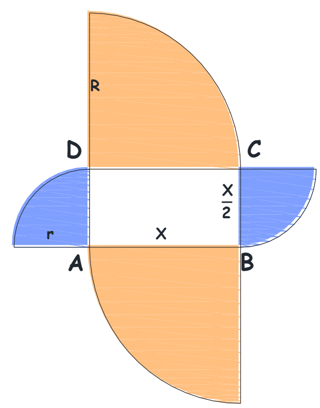
De aquí que la base del rectángulo es 14 cm y la altura es de 7 cm.

Como se trazan cuartos de círculos, con radios iguales a $X = 14$ y $\frac{X}{2} = 7$

El perímetro de una circunferencia es 2 πr

La línea curva tiene un perímetro de $\frac{2\pi R}{4} = \frac{\pi R}{2}$ donde R=14

La línea curva tiene un perímetro de $\frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi r}{2}$ donde r = 7



Como resultado para encontrar el perímetro de toda la figura:

$\frac{\pi R}{2} + 14 + \frac{\pi r}{2} + 7 + \frac{\pi R}{2} + 14 + \frac{\pi r}{2} + 7 = \pi R + 42 + \pi r$

$\pi R + 42 + \pi r = 107.94\ cm\ de\ perímetro$

Para calcular el área:

Sería el área de cinco figuras,

$$\frac{\pi R^2}{4} + \frac{\pi r^2}{4} + \frac{\pi R^2}{4} + \frac{\pi r^2}{4} + \left(x * \frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}\pi(R^2 + r^2) + \frac{x^2}{2}$$

Sustituyendo $R = 14,\ r = 7,\ x = 14$
Área total de la figura = 482.65

11. Dado el siguiente conjunto de valores: 11, 12, 17, 18, 23, 29, y, 30.

Debemos quitar un valor, solo un valor, para que la media disminuya 1.5.

Encuentre este valor.

Solución:

La suma del conjunto original es 140,

En tanto que la media es 140/7=20,

La media del conjunto reducido es 20-1.5=18.5

Entonces la suma la suma de los seis números restantes es el producto de, 6(18.5) = 111

Dado que 140-111= 29

El número que debemos quitar es: 29

12. El año I96I se lee de la misma forma si se gira 180^0 grados. Encuentra el año, en el Siglo XIX, que tiene la misma propiedad.

Solución:
Nos ubicamos en el número 1800,
Por la información del problema se dejan fijas las dos primeras cifras.
Las que vemos a mover son las dos últimas cifras, son 99 permutaciones posibles.
Después de ensayo-error tenemos el resultado: 1881.

13. ¿Cuál es la fórmula para la suma de los números siguientes?

$$\mathbf{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{21}+\cdots}$$

Solución:

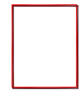
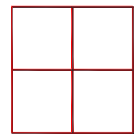
Para n=	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Suma acumulativa	**1,** $\frac{2}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{9}{6}$, $\frac{6}{4}$ $\frac{3}{2}$	$\frac{16}{10}$ $\frac{8}{5}$	$\frac{25}{15}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{10}{6}$	$\frac{36}{15}$ $\frac{12}{7}$

Se observa que el numerador es múltiplo de dos, es decir, 2n.

Luego, con el factor n, se genera el denominador agregándole una unidad, Es decir, el resultado es: $\frac{2n}{n+1}$

14. ¿Cuántos palillos de dientes se requieren para construir un cuadrado de longitud n?
Por ejemplo:

Queremos saber el número de palillos para formar un cuadrado de n x n de longitud.

	En la primer figura, tenemos 4 palillos.
	En la segunda figura, tenemos 12 palillos.

Solución:

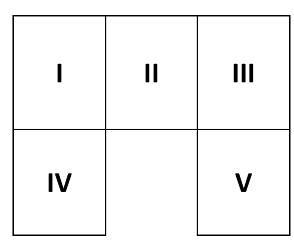
En general tenemos la tabla siguiente:

Número de figuras	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de Palillos	4	12	24	40	60	84	112	144
	1X2 Palillos verticales	2x3 Palillos verticales	3x4= 12 palillos verticales.	4x5 = 20 palillos verticales				

Luego, es n(n+1) para palillos verticales más n(n+1) palillos horizontales,

Entonces el número de palillos es 2 [nx(n+1)].

15. Si el área de los 5 cuadrados iguales que se observan en la figura es de 180 cm^2, ¿Cuál es el perímetro de la figura?



Solución:

Como $\frac{180}{5} = 36$,

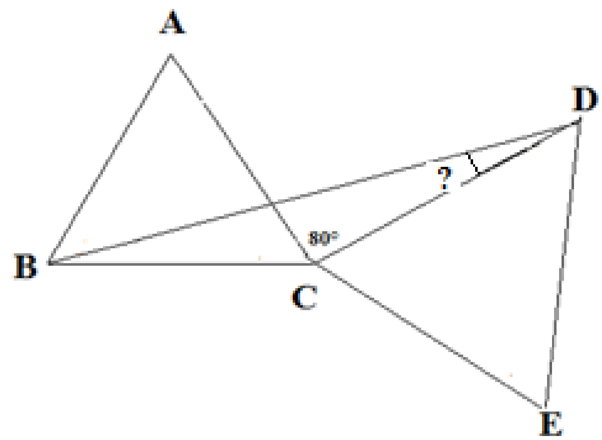
Es decir, cada cuadrado pequeño tiene un área de 36 cm^2,

Así que cada lado del cuadrado tiene una longitud de 6 cm,

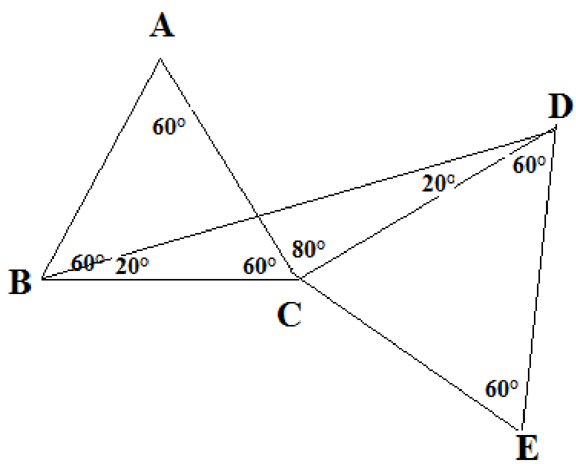
Contando los lados, tenemos 16 lados,

Son 16 lados por 6 igual a 96cm de longitud que tiene la figura.

16. En la figura, el triángulo ABC, y, el triángulo CDE, son dos triángulos equiláteros iguales. Si el ángulo ACD mide 80°, ¿Cuánto mide el ángulo CDB?

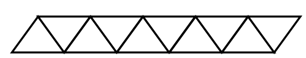


Solución:



Los ángulos de los triángulos: ABC Y CDE miden 60° por ser triángulos equiláteros.
También de los datos, se sabe que los lados BC y CD son iguales entonces se forma el triángulo isósceles BCD.
Pero un ángulo de él sabemos que mide 60° + 80° = 140°.
Nos quedan 40° que repartidos entre dos ángulos del triángulos isósceles BCD deben ser iguales.
Entonces el ángulo buscado mide 20°.

17. La siguiente figura está formada por triángulos equiláteros de 1 cm. de lado. Si completas una fila con 80 triángulos siguiendo el mismo esquema de la figura, ¿cuál sería el perímetro de la figura resultante?



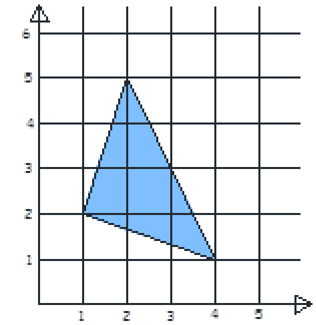
Solución:
Al colocar los 80 triángulos tenemos 40 triángulos cuya base está abajo y 40 triángulos cuya base está arriba.
Por lo tanto, la longitud de los lados horizontales de la figura es 40.
Entonces el perímetro es 80 cm.
Los dos lados de los extremos, es decir, el perímetro es 82.

18. Una enredadera crece a razón de 1% diariamente. Inicialmente tiene una altura de 10 cm. ¿Cuál será su altura al cabo de 3 días?

Solución:

Al término del primer día medirá $10+0.01(10)=10(1+0.01)$
$=10.1$ cm,
al cabo del segundo día $10.1+0.01(10.1)=10.1(1.01)$
$=10.201$ cm
y finalmente al transcurrir del tercer día deberá medir
$10.201+0.01(10.201) = 10.201(1.01)$
$=10.30301$ cm.

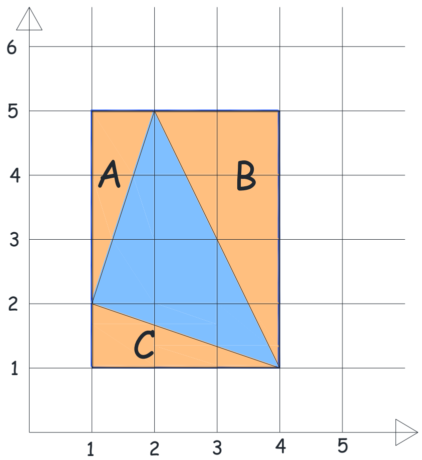
19. Si el lado de cada cuadrito tiene la longitud de 1 Cm. Encuentra el área del triángulo.



Solución:

Señalemos el triángulo dentro de un rectángulo como se muestra en la figura.

Este rectángulo tiene una longitud de 4 Cm por 3 Cm, por lo cual su área es de 12 cm^2



Observemos que se forman tres triángulos, los que llamamos A,B y C.

El área del triángulo que se requiere conocer estará dada de la siguiente manera.

Área del rectángulo, menos área del triángulo A, menos área del triángulo B, menos área del triángulo C

Es decir,

$$A_{TA} = \text{área del triángulo azul}$$

$$A_{TA} = \text{área del rectángulo} - \text{área del triángulo } A - \text{área del triángulo } B - \text{área del triángulo } C$$

$$A_{TA} = (3x4) - \frac{1x3}{2} - \frac{2x3}{2} - \frac{3x1}{2}$$

$$A_{TA} = 12 - \frac{3}{2} - \frac{6}{2} - \frac{3}{2}$$

$$A_{TA} = 12 - \frac{12}{2}$$

$$A_{TA} = 6cm^2$$

20. Si el virus de la influenza AH_1N_1 se propaga de la forma siguiente:

- **En la hora 0 se tiene un infectado**
- **A partir de ahí, cada hora un infectado infecta a 2 personas no infectadas**

¿Cuántos individuos habrá infectados cuando han transcurrido 6 horas?

Nota: Suponga que no ocurren decesos durante el periodo que se está analizando

Solución:

Tiempo transcurrido	Personas infectadas	Comportamiento de la función
Hora 0	1	$=3^0$
Hora 1	1+1x2	$=3^1$
Hora 2	3+3x2	$=3^2$
Hora 3	9+9x2	$=3^3$
Hora 4	27+27x2	$=3^4$
Hora 5	81+81x2	$=3^5$
Hora 6	243+243x2	$= 3^6$

21. En un supermercado puedes comprar paquetes de salmón: con 400 grs, que cuesta $100 cada uno; con 500 grs, que cuesta $130 cada uno y con 800 grs, que cuesta $160 cada uno. Necesitas comprar dos kilos esta semana santa.

¿Cuál es la diferencia en costos, entre la combinación más cara y la más barata?

Solución:

Si 400 grs cuestan $100, entonces 100 grs $25.
Si 500 grs cuestan $130, entonces 100 grs cuestan $ 26.
Si 800 grs cuestan $160, entonces 100 grs cuestan $ 20.

Luego, para comprar 2 kilos, la manera de obtener la combinación más cara es comprar 4 paquetes de 500 grs, que cuestan $520.

La combinación más económica es comprar 2 paquetes de 800 grs y 1 paquete de 400 grs, con un costo total de $420.

Así la diferencia en pesos es de $ 100.

22. Rosina hizo un postre y dejo un frasco con $\frac{1}{2}$ kg de azúcar destapada en la cocina, el cual se llenó de hormigas. Si una hormiga tarda media hora en salir del hormiguero, cargar con 2 gramos de azúcar y regresar nuevamente al hormiguero. ¿Cuál es la cantidad mínima de hormigas que se necesitan para transportar en 15 minutos el $\frac{1}{2}$ kg de azúcar, hasta el hormiguero?

Solución:
Como una hormiga puede mover 2 gramos, en media hora.
250 hormigas pueden transportar 500 gr. ($\frac{1}{2}$ kg.) en media hora.
Como se disponen de una hora tendría que disminuir el número de hormigas a la mitad.
Es decir 125 hormigas.

23. Jorge invito a sus amigos de la secundaria a su fiesta de cumpleaños y les dijo que se verían en su casa desde las cinco de la tarde, les dijo que su casa está en la calle Pitágoras No. X, y que deben saber que: X es múltiplo de tres, X también es múltiplo de cuatro, pero X no es múltiplo de cinco y el número de su casa está entre 50 y el 79.

¿Cuál es el número de la casa de Jorge?

Solución:

X múltiplo de 3			51	54	57	60	63	66	69	72	75	78				
X múltiplo de 4					52	56	60	64	68	72	76					
X no múltiplo de 5			51	52	53	54	56	57	58		59					
	61	62	63	64	66	67	68	69	71	72	73	74	76	77	78	79

El número de la casa de Jorge es 72.

24. Don Pedro Racional construyó una máquina trituradora de fracciones que hace lo siguiente: Si una fracción F entra en la máquina, la procesa y sale una nueva fracción siguiendo el proceso $\frac{(1-F)}{(1+F)}$, así por ejemplo si entra ½ sale convertido en ⅓. Pues bien si entran ⅔ y la fracción que sale se mete otra vez y esta se sigue procesando hasta completar 500 procesos en total, ¿Cuál será la fracción que saldrá finalmente?

Solución:

Primer proceso $\dfrac{\left(1-\frac{2}{3}\right)}{\left(1+\frac{2}{3}\right)} = \dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}} = \dfrac{1}{5}$

Segundo proceso $\dfrac{\left(1-\frac{1}{5}\right)}{\left(1+\frac{1}{5}\right)} = \dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{6}{5}} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

Cuando el proceso es par el resultado es 2/3. Cuando el proceso es impar el resultado es 1/5. Por lo tanto a 500 procesos el resultado es 2/3.

25. El lado de una finca cuadrada es de 200 m. Su dueño decide dividirla en cinco parcelas. Cuatro de ellas en forma rectangular y de iguales dimensiones y la quinta ha de ser un cuadrado cuya superficie, sea la cuarta parte de la finca original. Dibuja un plano con dimensiones que sirva para hacer la partición de la finca.

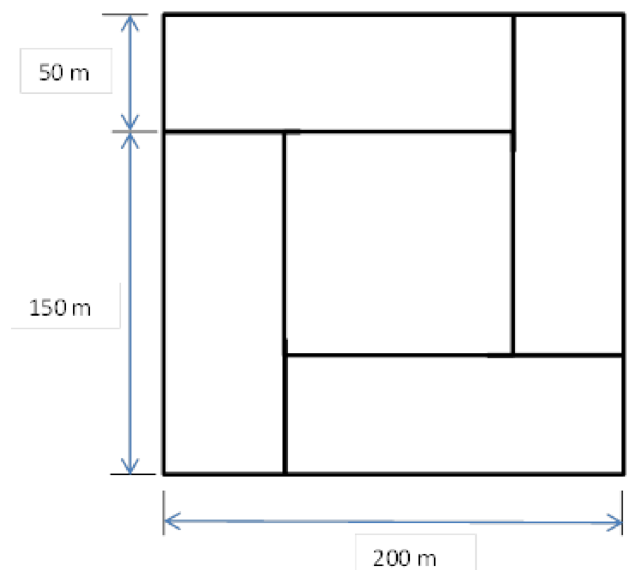
Solución:

Cálculo del área original 40,000 m^2, y del área del terreno cuadrado 10,000 m^2.

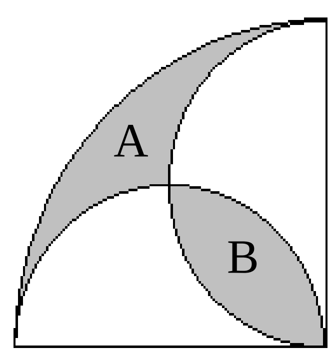
Cálculo de las dimensiones de la zona cuadrada:

$\sqrt{10{,}000} = 100\ m$ lado del terreno cuadrado

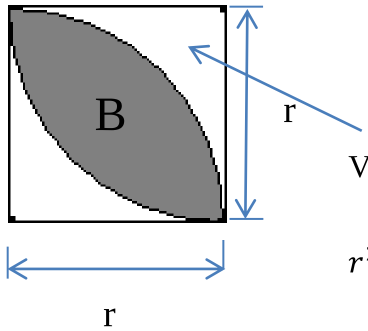
Las dimensiones de la parcela se muestran en la figura.



26. Demuestra que en la figura de la derecha el área A es igual al área B.



Solución:

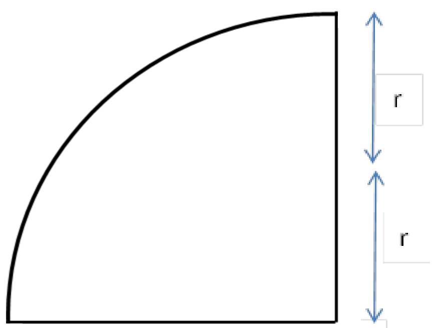


Vamos a calcular el área de color blanco:

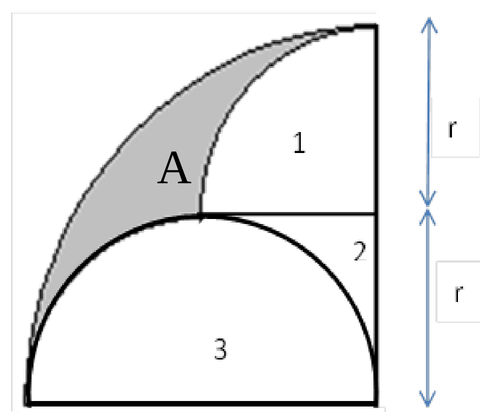
$r^2 - \frac{\pi r^2}{4}$

Luego: Área $_B = r^2 - \left[2r^2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)\right] = r^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

Para el cálculo del área A se necesita calcular primero el área del contorno de la imagen original y restarle las áreas 1, 2 y 3:



Área $_{\text{imagen}} = \frac{\pi(2r)^2}{4} = \pi r^2$



Área $_1 = \frac{\pi(r)^2}{4}$

Área $_2 = r^2 - \frac{\pi r^2}{4}$

Área $_3 = \frac{\pi(r)^2}{2}$

Área $_A$ = Área $_{\text{imagen}}$ – Área $_1$ – Área $_2$ – Área $_3$

Área $_A = \pi r^2 - \frac{\pi r^2}{4} - \left(r^2 - \frac{\pi r^2}{4}\right) - \frac{\pi r^2}{2} = r^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

Son iguales queda demostrado

27. El tío de Eduardo le pide que le ayude a medir lo largo de un terreno, Eduardo midió el largo del terreno con pasos de 54 cm. Después lo midió su tío con pasos de 72 cm. Quedaron marcadas en total 60 pisadas (sin tomar en cuenta las huellas de donde estaban parados al inicio), pero a veces la misma marca correspondía a dos pisadas, una de Eduardo y la otra de su tío. ¿Cuál es el largo del terreno?

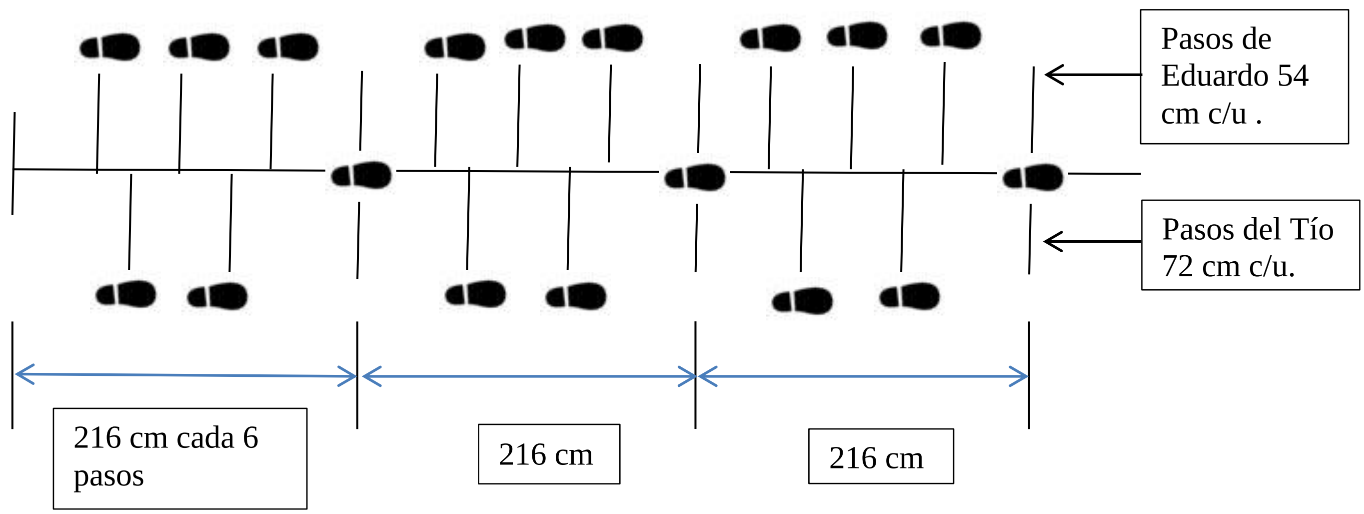
Solución:

El m.c.m. de 54 y 72 es 216.

En 216 hay 7 pisadas, pero coinciden las dos últimas, por lo tanto 6 marcas.

Para llegar a 60 marcas multiplica por 10. 2160 cm

Si el alumno utiliza un método gráfico (recta numérica):



Resultado 6 pasos 216 cm, 60 pasos = 2160 cm

28. En la Kermes de tu escuela el profe de matemáticas organiza un juego con tres dados, el juego consiste en sumar los puntos de los tres dados. El ganador del primer premio es aquel que le atine más veces al número mayor que resulta del cuadrado de la suma, después de tirar los dados 20 veces. ¿A qué número le apostarías?

Solución:

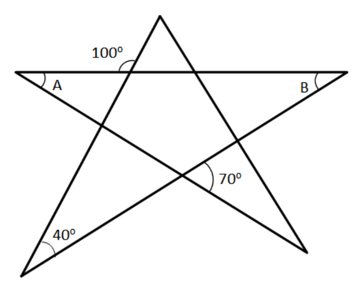
Se encuentra que la suma de los puntos de los dados no puede ser menor a 3 ni mayor a 18

$$2 < x < 19$$

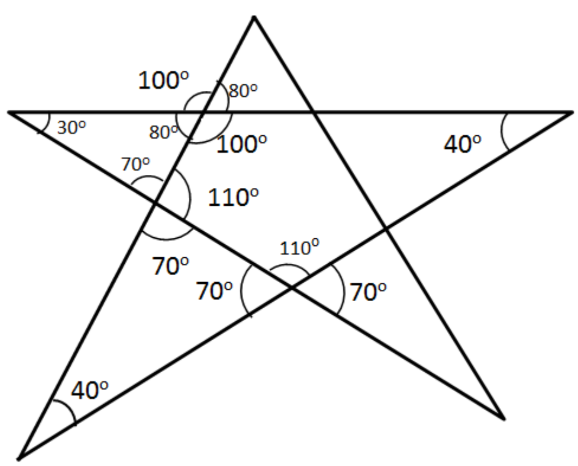
Subconjuntos de resultados:

Sumatoria X	1	2	3	4	5	6	P(x)	X^2	
3	1,1,1,						1/56	9	
4	2,1,1,						1/56	16	
5	2,1,2	1,1,3					2/56	25	
6	1,1,4	2,2,2	2.1.3				3/56	36	
7	2,2,3	2,1,4	1,1,5	3,3,1			4/56	49	
8	2,2,4	2,3,3,	1,1,6	5,2,1	4,3,1		5/56	64	
9	3,3,3	2,1,6	5,3,1	4,4,1	3,4,2	5,2,2	6/56	81	
10	3,4,3	3,2,5	1,6,3	6,2,2	5,4,1	4,2,4	6/56	100	
11	6,4,1	6,3,2	5,1,5	5,2,4	5,3,3	4,4,3	6/56	121	
12	6,4,2	6,3,3	6,1,5	5,5,2	5,4,3	4,4,4	6/56	144	apostar
13	6,6,1	6,5,2	6,4,3	5,5,3	5,4,4		5/56	169	
14	6,6,2	6,5,3	6,4,4	5,5,4			4/56	196	
15	6,6,3	6,5,4	5,5,5				3/56	225	
16	6,6,4	5,5,6					2/56	256	
17	6,6,5						1/56	289	
18	6,6,6						1/56	324	

29. Encuentra el valor en grados de los ángulos A y B de la siguiente figura en forma de estrella irregular:

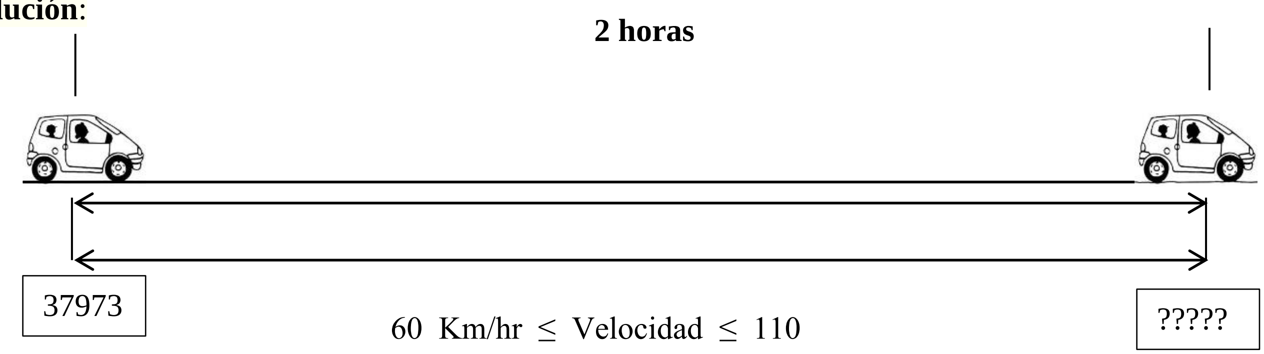


Solución:



30. Antes de que Jorge saliera a dar un paseo de dos horas con su familia, el kilometraje de su carro mostraba el número 37973, que es un número palíndromo (un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda). Cuando llegó a su destino, la lectura del kilometraje era otro palíndromo. Si Jorge en promedio nunca maneja a menos de 60 Km/hr ni tampoco excede el límite de velocidad de la carretera que es de 110 km/hr. ¿Cuál fue el promedio de velocidad de Jorge en el paseo?

Solución:



Establecimiento de las condiciones y restricciones de tiempo y velocidad:

38083 Km	**Primer palíndromo**
37973 Km	**Palíndromo original**
110 Km	**diferencia**

Esto implica una velocidad promedio de 55 Km/hr y es menor que la velocidad mínima (60 Km/hr)

38183 Km	**Segundo palíndromo**
37973 Km	**Palíndromo original**
210 Km	**diferencia**

Esto implica una velocidad promedio de 105 Km/hr y es menor que el límite de velocidad (110 Km/hr)

Velocidad promedio del viaje 105 Km/hr

31. Cada una de las letras *a*, *b*, *c* y *d* representan un entero diferente del conjunto {1,2,3,4}, pero no necesariamente en ese orden. Si:

$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=1$ **Encuentre el resultado de** $\left(\frac{a}{d}\div\frac{c}{b}\right)\text{x}\,(a+c)$

$\frac{4}{3}-\frac{2}{1}=-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}-\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$	$\frac{4}{2}-\frac{3}{1}=-1$	$\frac{4}{2}-\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$	$\frac{4}{1}-\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$	$\frac{4}{1}-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$
$\frac{3}{4}-\frac{2}{1}=-\frac{5}{4}$	$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}-\frac{4}{1}=-\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}-\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$	$\frac{3}{1}-\frac{4}{2}=1$	$\frac{3}{1}-\frac{2}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$
$\frac{2}{3}-\frac{4}{1}=-\frac{10}{3}$	$\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$	$\frac{2}{1}-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$	$\frac{2}{1}-\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$	$\frac{2}{4}-\frac{3}{1}=-\frac{10}{4}=-\frac{5}{2}$	$\frac{2}{4}-\frac{1}{3}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$
$\frac{1}{2}-\frac{4}{3}=-\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}-\frac{3}{4}=-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}-\frac{3}{2}=-\frac{10}{8}=-\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}-\frac{2}{3}=-\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}-\frac{4}{2}=-\frac{10}{6}=-\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}-\frac{2}{4}=-\frac{2}{12}$

Solución:

Realización de las combinaciones para encontrar el valor de la fracción

Asociar los valores a las literales

$a = 3$ $b = 1$ $c = 4$ $d = 2$

Encontrar el resultado de la división

$$\left(\frac{3}{2} \div \frac{4}{1}\right) = \frac{3}{8}$$

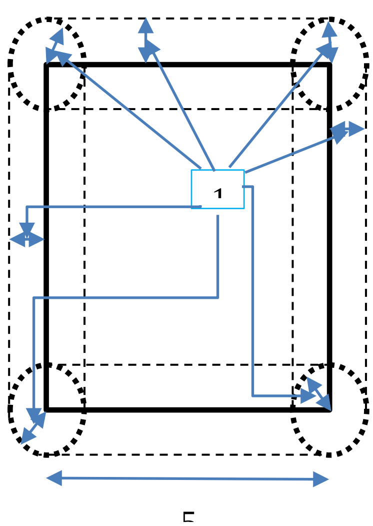
Establecer la operación total:

$$\left(\frac{3}{2} \div \frac{4}{1}\right) \text{x } (3 + 4)$$

$$\frac{3}{8} \times 7 = \frac{21}{8} = 2\,\frac{5}{8}$$

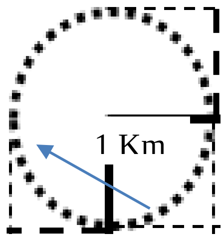
32. **Rosina hace ejercicio por las mañanas, camina alrededor de un terreno de forma cuadrada y cada lado del cuadrado tiene una longitud 5 km. Cuando va caminando, su alcance visual es de 1 km en cualquier dirección. ¿Cuál es el área, expresada en kilómetros cuadrados, de la región que Rosina puede ver durante su caminata?**

Solución:



Esquema de la zona de la caminata

Establecimiento de la zona visual

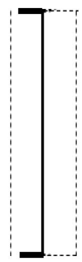


Determinación del área visual en la esquina del terreno

Área del circulo: $A = \pi r^2 = \pi(1Km^2) = \pi\ Km^2$

Área una esquina de la figura:

$$A = (1^2) - \frac{1}{4}\pi r^2 = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) Km^2$$



Área de la zona visual: $A = \pi + 3\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = \left(\frac{\pi}{4} + 3\right) Km^2$

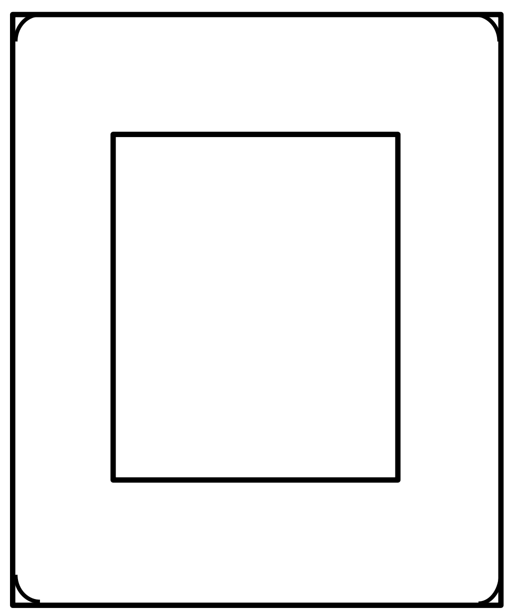
Determinación del área visual en las áreas rectas

Área: $A = (3)(2)1Km^2) = 6\ Km^2$

Determinacion del área total:

$$A_T = 4(6Km^2) + 4\left(\frac{\pi}{4} + 3\right) Km^2 = (24 + \pi + 12)Km^2 = (36 + \pi)\ Km^2$$

Segunda solución:



Establecimiento de la zona visual:

Diferencia de áreas en las zonas externa e interna:

A_{ext} = (7X7)Km^2 = 49 Km^2

A_{int} = (3X3)Km^2 = 9 Km^2

Diferencia:

A_{E-I} = 40 Km^2

Área una esquina de la figura:

$$A = (1^2) - \frac{1}{4}\pi r^2 = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) Km^2$$

Encontrar el resultado:

$$A = \left[40 - 4\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)\right] Km^2 = (40 - 4 + \pi)Km^2 = (36 + \pi)Km^2$$

33. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola con un número que sea multiplo de 3, 5 o de 7 desde una tombola con 40 bolas enumeradas desde el 1 al 40?

Solución:
Determinación de los múltiplos de 3, 5 y 7:

<table>
<tr><th>Multiplos de 3</th><th>Multiplos de 5</th><th>Multiplos de 7</th></tr>
<tr><td>3</td><td rowspan="2">5</td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td rowspan="2">7</td></tr>
<tr><td>9</td><td rowspan="2">10</td></tr>
<tr><td>12</td><td rowspan="2">14</td></tr>
<tr><td>15</td><td>15</td></tr>
<tr><td>18</td><td rowspan="2">20</td><td></td></tr>
<tr><td>21</td><td rowspan="2">21</td></tr>
<tr><td>24</td><td rowspan="2">25</td></tr>
<tr><td>27</td><td rowspan="2">28</td></tr>
<tr><td>30</td><td>30</td></tr>
<tr><td>33</td><td rowspan="2">35</td><td rowspan="2">35</td></tr>
<tr><td>36</td></tr>
<tr><td>39</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>40</td><td></td></tr>
</table>

Conteo de posibilidades: 26
Eliminación de bola común en los tres multiplos de cada número: 15, 21 y 35

Encontrar el resultado del problema: P(M3∩M5∩M7) = $\frac{23}{40}$

34. Se tienen tres cajas iguales. La primera contiene 3 bolas blancas y 4 negras, la segunda contiene 5 bolas negras y la tercera 4 bolas blancas y 3 negras. Si se elije una caja al azar y se saca una bola, tambien al azar. ¿Cual es la probabilidad de que salga negra?

Solución:

Determinación de la probabilidad de escoger una de las tres cajas:
P(1,2,3/C) = $\frac{1}{3}$
Determinación de probabilidad de selección de bola negra en cada una de las cajas:
P(1C/N) = $\frac{4}{7}$ P(2C/N) = 1 P(3C/N) = $\frac{3}{7}$
Solución de la pregunta del problema:

$$P(1,2,3C/N) = \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{4}{7} + 1 + \frac{3}{7}\right) = \frac{1}{3}(2) = \frac{2}{3}$$

35. Las nuevas matrículas de los carros en la Ciudad de México están formadas por tres letras seguidas de tres dígitos. Se requiere registrar el mayor número de carros según las siguientes reglas: se pueden repetir lar letras pero no los dígitos, o bien se pueden repetir los dígitos pero no las letras. ¿Cuál método es el más adecuado para matricular el mayor número de carros? Se supone que el alfabeto tiene 26 letras.

Solución:

Letra	Letra	Letra	No.	No.	No.
26	26	26	10	9	8

12, 654, 720

Letra	Letra	Letra	No.	No.	No.
26	25	24	10	10	10

15, 600, 000

36. Al llegar a una Olimpiada Nacional de Ciencias se entrevistaron a 2017 chavos y los organizadores del evento se dieron cuenta de que 1500 de ellos participan el área de Matemáticas y 1200 en el área de Química, pero de estos, cierta cantidad de jóvenes iban a participar en ambas disciplinas. ¿Cuántos de los jóvenes entrevistados participaron en ambas competencias si sabemos que 17 de ellos no participaron en ninguna?

Solución:
Alumnos que participan en Ambas disciplinas X:

Alumnos que participan en Matemáticas: 1500 - X

Alumnos que participan en Química: 1200 - X

Determinación del número de alumnos que participan en ambas disciplinas:

$$\begin{array}{r} 1500 - X \\ +1200 - X = 2000 \\ \hline \end{array}$$

$$1500 + 1200 - 2X = 2000$$

Encontrar el resultado correcto:

$2X = 1500 + 1200 - 2000 = 700 \rightarrow X = 350$

37. Una persona que esta en un cajero automatico se da cuenta de que ha olvidado la clave de su tarjeta de crédito. Solo recuerda con seguridad que el segundo número es 6 o 9 y que el último es un numero par y que no empieza ni termina con cero. ¿Cuantas posibilidades tiene que recordar la persona si los dígitos que no recuerda se pueden repetir? La clave esta formada por cuatro dígitos.

Solución:

Determinación de la posición de los dígitos:

1,2,3,4,5,6,7,8,9	6/9	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	2,4,6,8
Primer dígito	2º	Tercer dígito	4º

Determinación de la combinación: $C = 9 \times 2 \times 10 \times 4$

Solución de la pregunta del problema: $C = 720$

38. Don José tiene un corral de forma cuadrada en donde guarda sus gallinas, pero últimamente un coyote se las ha estado robando. Don José decide amarrar a su perro "El negro" para que cuide a las gallinas, lo amarra en una de las esquinas del corral con una cuerda de 20 metros. Si el corral mide 10 metros de lado ¿Cuál será el área que el perro podrá cuidar? (π = 3.14).

Solución:

El área que puede cuidar el perro es ta conformada por dos zonas:

La zona mayor tiene la siguiente superficie:

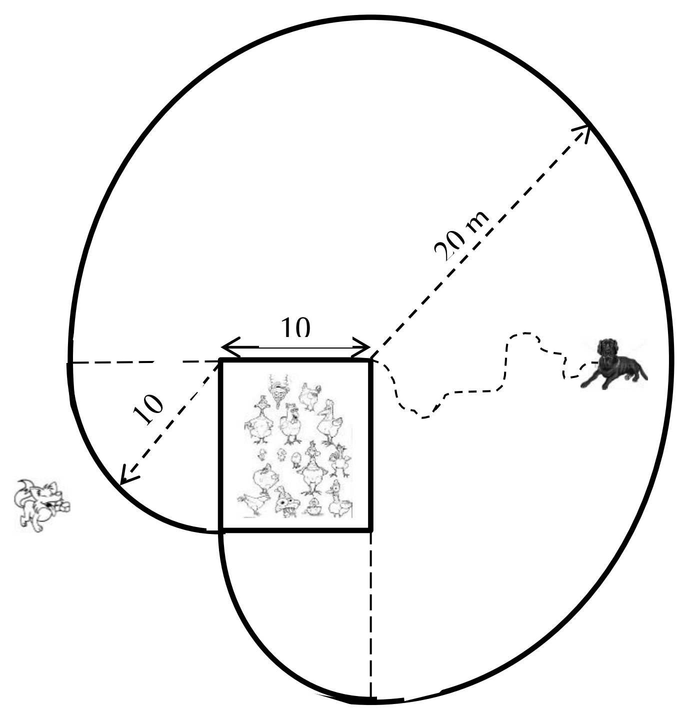
$A_{ma} = \frac{3}{4} \pi r^2 = \frac{3}{4} \pi (20m)^2 = 300\pi\ m^2$

Zona menor:

$A_{me} = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi (10m)^2 = 50\pi\ m^2$

Suma de zonas: $A_{ma} + A_{me} = 350\pi\ m^2 = 1099.5574\ m^2$

Elaboración del dibujo de la situación del problema:



39. Supóngase que hay una tecla especial en una calculadora que reemplaza el número x que está mostrando la pantalla con el número dado por la ecuación: $\frac{1}{1-X}$

Por ejemplo, si la pantalla de la calculadora muestra el número 2 y se oprime esa tecla especial, la pantalla mostrará luego el número: $\frac{1}{1-2} = \frac{1}{-1} = -1$

Nota.- Si la pantalla muestra 1 y oprimes la tecla especial la calculadora te va a mostrar error.

Ahora supóngase que la pantalla de la calculadora está mostrando el número 5. Después de oprimir la tecla especial 100 veces seguidas, ¿Qué número mostrará la pantalla?

Solución:

Se empieza con 5 en la pantalla y se presiona una vez la tecla ∴ :

$$\frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4}$$

Segunda presión de la tecla:

$$\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{4}{5}$$

Tercera presión de la tecla:

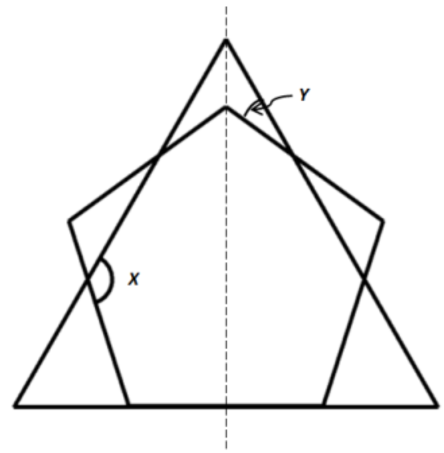
$$\frac{1}{1-\left(\frac{4}{5}\right)} = 5$$

Establecimiento de la recurrencia de presionado de las teclas:

Tabla de resultados y respuesta correcta:

Número de presión de la tecla especial		
1	**2**	**3**
4	**5**	**6**
7	**8**	**9**
10	**11**	**12**
. . .	**. . .**	**. . .**
28	**29**	**30**
. . .	**. . .**	**. . .**
58	**59**	**60**
. . .	**. . .**	**. . .**
88	**89**	**90**
. . .	**. . .**	**. . .**
97	**98**	**99**
100		
⬇	⬇	⬇
-1/4 = - 0.25	**4/5 = 0.80**	**5**

40. Encuentra el valor en grados de los ángulos *X* y *Y* en la siguiente figura. Como puedes ver son un pentágono regular y un triángulo equilátero sobrepuestos por uno de sus ejes de simetría:



Solución:

Determinación de los ángulos del triángulo

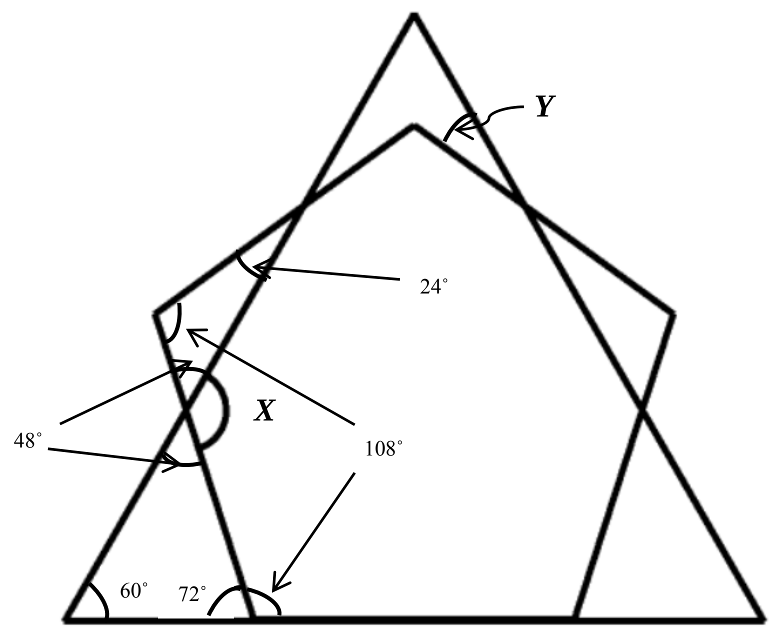
Determinación de los ángulos 48º y 72º

Determinación del ángulo *X*:

X = 132 º

Determinación del ángulo *Y*:

Y = 24 º



41. La maestra distribuyó la misma cantidad de dulces entre cada uno de 5 niños y se quedó con tres para ella misma. No se acuerda cuántos dulces tenía antes de repartir, pero se acuerda que era un múltiplo de 6 entre 65 y 100. ¿Cuántos dulces tenía la maestra al principio para repartir?

Solución
Encontrar los múltiplos de 5:
Sumarle 3 de la maestra:

65	**70**	**75**	**80**	**85**	**90**	**95**	**100**
68	**73**	**78**	**83**	**88**	**93**	**98**	

Encontrar el múltiplo de 6(que resulte entero):

68	**73**	**78**	**83**	**88**	**93**	**98**

Segunda opción de solución:
Encontrar los múltiplos de 6:

66	**72**	**78**	**84**	**90**	**96**

Restarle 3:

69	**75**	**81**	**87**	**93**

Encontrar el múltiplo de 5 y de 6(que resulte entero):

42. **Silvia invitó a diecisiete amigos a su fiesta de cumpleaños. Asignó a cada invitado un número del 2 al 18 a cómo iban llegando a su fiesta, reservándose el 1 para ella misma. Cuando ella y todos sus invitados estaban bailando, se dió cuenta de que la suma de los números de cada pareja daba como resultado un número que tenía raíz exacta (entero). ¿Qué número le tocó a la pareja de Silvia?**

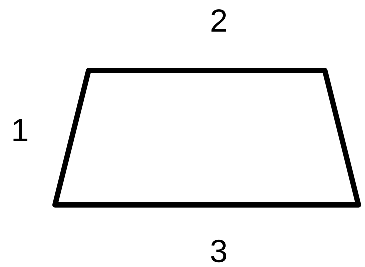
Solución

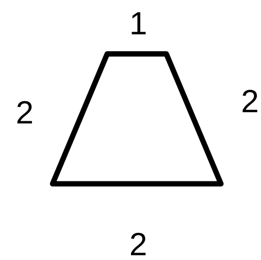
Parejas	**18**	**17**	**16**	**15**	**14**	**13**	**12**	**11**	**10**
	7	**8**	**9**	**1**	**2**	**3**	**2**	**5**	**6**
Suma	**= 25**	**= 25**	**= 25**	**= 16**	**= 16**	**= 16**	**= 16**	**= 16**	**= 16**
Raíz de la suma	**5**	**5**	**5**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**

43. **El perímetro de un trapecio isósceles es de 7 y las longitudes de sus lados son enteros. ¿Cuál es el menor valor que pueden tener los dos ángulos más pequeños del trapecio?**

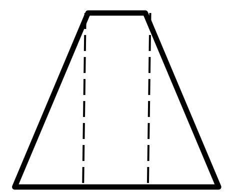
Solución

Empezar a buscar las medias de los lados del trapecio, y encontrar las dos posibilidades para las medidas de los lados:

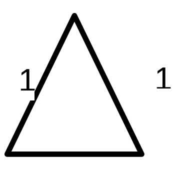


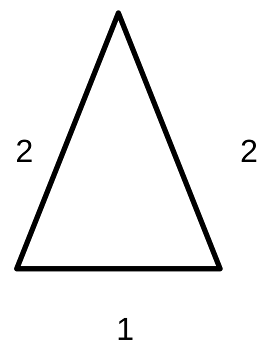


Seccionar los trapecios e identificar los ángulos más pequeños:



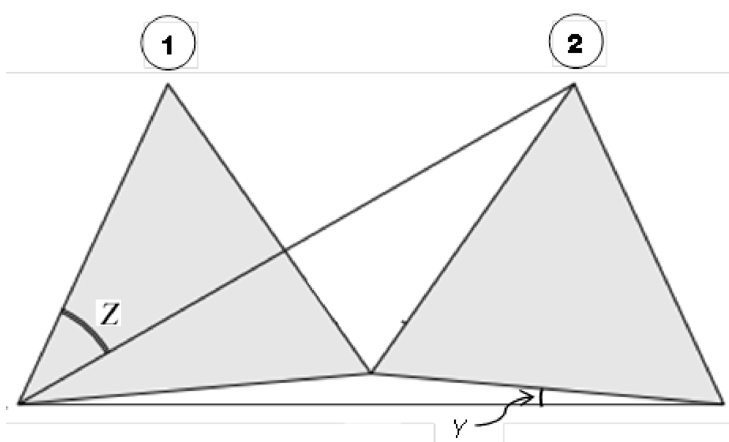
Formar un triángulo con las secciones laterales de los trapecios:





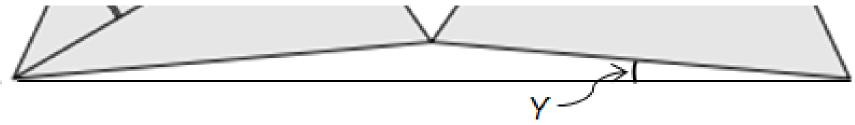
La solución: 60º

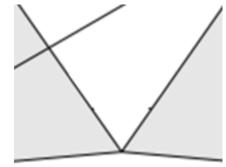
44. **Los triángulos 1 y 2 (en gris) son equiláteros y congruentes, el ángulo *Y* = 5º. Determine la medida del ángulo *Z*.**



Solución

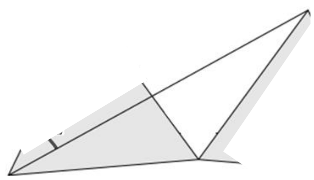
Encontrar las medidas de los ángulos inferiores: 5º , 5º y 170º





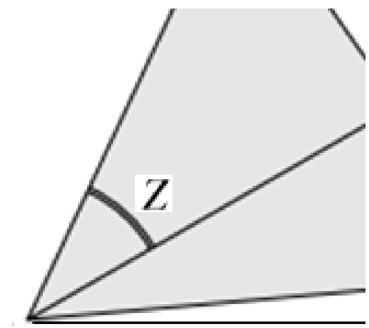
Encontrar la medida del ángulo entre los triángulos: 70º

Encontrar la medida de los ángulos agudos y obtusos de los triángulos:



130º 25º y 25º

Encontrar el valor del ángulo Z: 35º



45. **En una empresa el 65% de sus empleados saben manejar la computadora y de estos el 60% habla inglés. La 1/5 parte de los que no saben manejar computadora hablan inglés. Si se elije un empleado al azar:**

a).- ¿Cuál es la probabilidad de que hable inglés?

b).- ¿Cuál es la probabilidad de que hable inglés y maneje la computadora?

c).- Si habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que maneje la computadora?

d).- ¿Si no habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que no maneje computadora?

Solución:

Formación de diagrama de arbol para la solución del problema:

100 → 65MCOM → **39ING (60%)**

65MCOM → 26 NING (40 %)

100 → 35 NMCOM → 7ING (1/5)

35 NMCOM → 28 NING(4/5)

a).- ¿Cuál es la probabilidad de que hable inglés?	$\frac{39+7}{100}=\frac{46}{100}=0.46$
b).- ¿Cuál es la probabilidad de que hable inglés y maneje la computadora?	$\frac{39}{100}=0.39$
c).- Si habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que maneje la computadora?	$\frac{39}{39+7}=\frac{39}{46}=0.8478$
d).- ¿Si no habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que no maneje computadora?	$\frac{28}{28+26}=\frac{28}{54}=0.5185$

46. Un programa de computadora descifra claves secretas en tiempo récord. Una agencia de investigación necesita descubrir un código de 5 dígitos y 3 letras, y en ese orden. Se sabe que la computadora emplea una milésima de segundo en analizar cada código, ¿Si la computadora comienza hoy 19 de enero a las 10:00 de la mañana, en que día a más tardar crees tú que la computadora develara el código secreto (fecha y hora)? (Nota el código no debe empezar con cero y las letras no se deben repetir en un alfabeto de 26 letras).

Determinar las posibilidades numéricas:

(9)(10)(10)(10)(10) = 90,000

Determinar las posibilidades alfabéticas:

(26)(25)(24) = 15,600

Acoplar todas las posibilidades:

(9)(10)(10)(10)(10)(26)(25)(24) = 1,404,000,000

Determinación del tiempo:

$$\frac{1404000000}{1000}=1404000\ seg=23400\ minutos=390\ horas=16.25\ días$$
$$=16\ días\ 6\ horas$$

La fecha exacta:

4 de febrero a las 16:00 hrs. (cuatro de la tarde)

47. Benjamín es un pastorcito al que le gustan mucho las matemáticas y tiene entre 80 y 100 ovejas en su rebaño. Un día observando su rebaño se fijó que el número de ovejas que dormían era igual a ⅞ de las que no dormían. ¿Cuántas ovejas hay exactamente en el rebaño?

Solución:

Si N es el número de ovejas en el rebaño y D el número de las dormidas, $N - D$ será el número de las ovejas despiertas:

$$D = \frac{7}{8}(N - D)$$

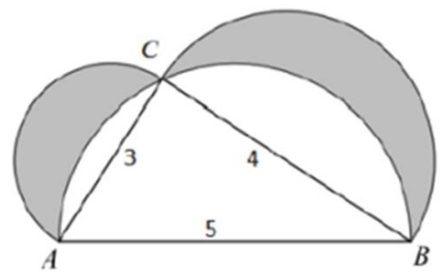
Resolviendo:

$$D = \frac{7N}{15}$$

Por lo que N debe ser múltiplo de 15

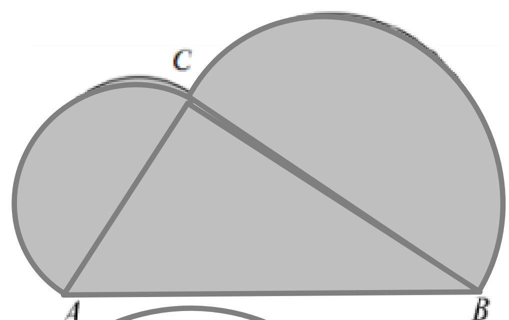
Como 90 es el único múltiplo de 15 comprendido entre 80 y 100, entonces la respuesta correcta es 90 ovejas.

48. En la siguiente figura se ha dibujado un triángulo rectángulo (ABC), de lados 3, 4 y 5, así como tres semicírculos. En base a esta figura ¿cuántas unidades cuadradas medirá el área sombreada?



Solución:

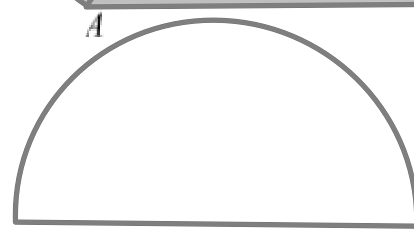
Se calcula el área de los dos semicírculos y el triángulo:



$$A = \frac{\pi(2^2)}{2} + \frac{\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2}{2} + \frac{3(4)}{2}$$

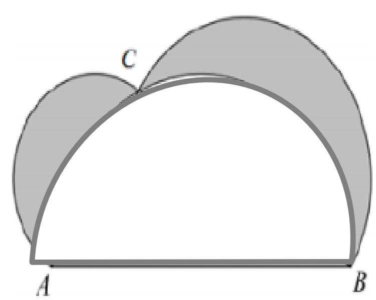
$$A = 2\pi + \frac{9}{8}\pi + 6$$

Se calcula el área del semicírculo mayor:



$$A = \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^2}{2}\pi = \frac{25}{8}\pi$$

Se restan las áreas para determinar el área de la región sombreada:



$$A = 2\pi + \frac{9}{8}\pi + 6 - \left(\frac{25}{8}\pi\right) = 6$$

49. Jorge tiene un bisabuelo que no ha cumplido 100 años pero que es de edad muy avanzada. Lo que se sabe es que el año anterior la edad del bisabuelo era múltiplo de 8, y que el año próximo será múltiplo de 7, ¿Cuál es la edad actual del bisabuelo de Jorge?

Solución:

Se encuentran los múltiplos de 8 y de 7:

80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Se ve que los más cercanos son el 96 y 98

Definir la edad actual del bisabuelo 97 años

Otra solución:

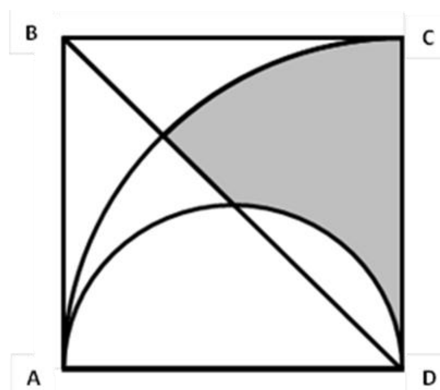
Al dividir 100 entre 8 obtenemos resto 4; luego el múltiplo de 8 más próximo a 100 será 100 – 4 = 96

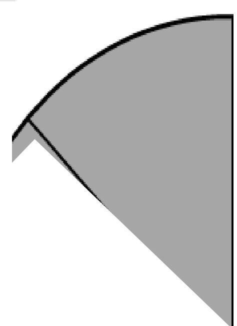
Al dividir 100 entre 7 se obtiene resto 2, por lo que el múltiplo de 7 más próximo a 100 será 100 – 2 = 98

Resulta que 96 y 98 son la edad del año anterior y el año próximo respectivamente.

Luego la edad actual del bisabuelo es de 97

50. Determine el área de la región sombreada, sabiendo que ABCD es un cuadrado de lado 10, que la sección circular mayor tiene radio 10 y la semicírculo menor tiene radio 5.

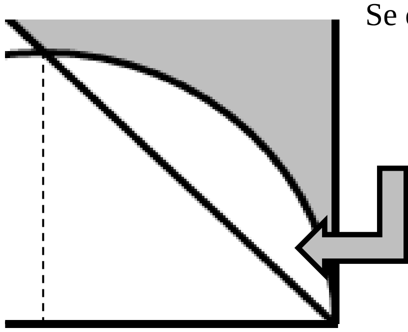




Solución:

Se determina el área de la sección circular de radio 10:

$$A = \frac{\pi(10^2)}{8} = \frac{25}{2}\pi$$



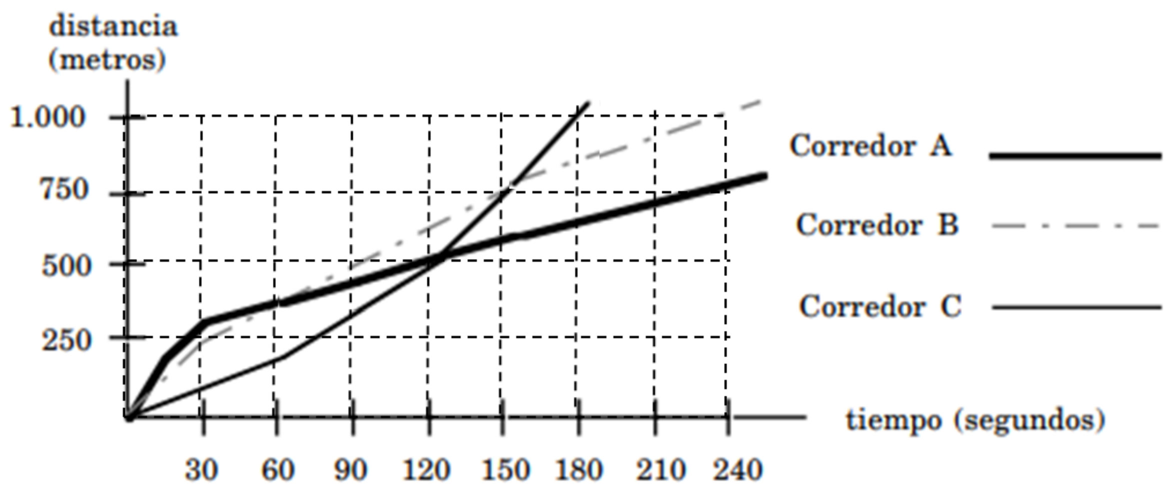
Se determina el área de la sección circular

$$A = \frac{\pi(5^2)}{4} - \frac{(5)(5)}{2} = \frac{25}{4}\pi - \frac{25}{2}$$

restan las áreas:

$$A = \frac{25\pi}{2} - \left(\frac{25\pi}{4} - \frac{25}{2}\right) = 25\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\right) = 32.135$$

51. Tres atletas participan en una carrera de 1000 metros. La gráfica describe de forma aproximada el comportamiento de los atletas en dicha prueba:



a).- ¿Cuál de los tres corredores ha salido más rápido?

b).- ¿Hay algún instante en que coincidan los tres corredores? ¿Qué distancia llevan recorrida en ese momento?

c).- ¿Hay algún instante en que coincidan dos de ellos? ¿Qué distancia llevan recorrida en ese momento?

d).- ¿En qué orden llegaron?

Solución:

a).- A los 30 segundos iniciales el corredor A recorre más metros que el B y que el C, sale más rápido A, luego B y por último C.

b).- No hay ningún instante en que coincidan los tres corredores, pues en ningún punto se cortan las tres gráficas.

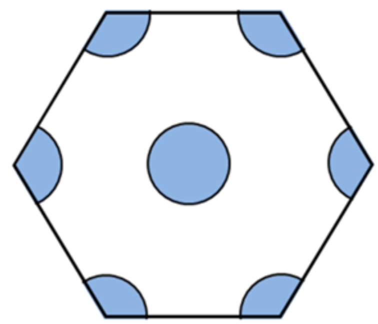
c).- A los 60 segundos coinciden B y A; llevan recorridos 250 + 125 = 375 m.

A los 120 segundos coinciden A y C; llevan recorridos 500 m.

A los 150 segundos Coinciden B y C; llevan recorridos 750 m.

d).- A pesar de que el corredor C sale más lento, va ganando velocidad y al final gana; realiza un esfuerzo gradual y la segunda mitad de la carrera la hace al doble de velocidad que la primera parte, invierte en total 180 segundos. El corredor B queda en segundo lugar e invierte 240 segundos. Cuando B llega a la meta, A no ha llegado aún, le quedan 150 m para finalizar.

52. Se dispone de una zona en forma de hexágono regular de 32 m de lado, en cuyos vértices y el centro existen unas fuentes de agua en forma circular de 8 m de radio, como se observa en la figura. En un espectáculo aéreo unos paracaidistas deben aterrizar en esta zona hexagonal, ¿cuál es la probabilidad de que:



a).- no caigan en el agua?

b).- se mojen al caer en alguna de las fuentes?

c).- caigan exactamente en la fuente del centro?

(Considere apotema $16\sqrt{3}$ m ≈ 27.7 m)

Solución:

Determinación del área del hexágono:

$$A = \frac{6(32m)\left(16\sqrt{3}m\right)}{2} = 1536\sqrt{3}m$$

Determinación del área de uno de los círculos:

$$A = \pi(8^2)m = 64\pi\ m$$

a).- Probabilidad de que no caiga en el agua:

$$P(No\ agua) = \frac{1536\sqrt{3} - 3(64\pi)}{1536\sqrt{3}} = 0.77$$

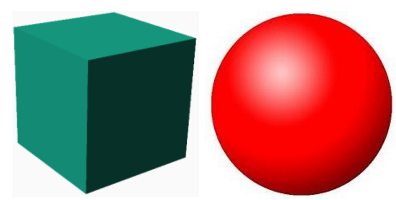
b).- Probabilidad de que se mojen:

$$P(mojarse) = \frac{3(64\pi)}{1536\sqrt{3}} = 0.23$$

c).- Probabilidad de caer en la fuente del centro:

$$P(centro) = \frac{64\pi}{1536\sqrt{3}} = 0.0755$$

53. A Paty le pidieron que determinara el peso combinado de una esfera y un cubo, pero no le dieron ninguna balanza. Solo le dieron los siguientes datos:



- **Cuatro esferas y tres cubos pesan 37 gr.**
- **Tres esferas y cuatro cubos pesan 33 gr.**

Paty pudo determinar rápidamente el peso combinado de una esfera y un cubo. Encuentra la forma en la que resolvió la tarea.

Solución:

Establecer las ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 4e + 3c = 37 \\ 3e + 4c = 33 \end{array}\right\}$$

Hacer la suma de las ecuaciones:

$$\begin{array}{rl} & 4e + 3c = 37 \\ + & 3e + 4c = 33 \\ \hline & 7e + 7c = 70 \end{array}$$

Hacer la división de la ecuación:

(7e + 7c = 70) ÷ 7 = e + c = 10

Establecer el resultado: una esfera y un cubo pesan 10 gramos.

54. Tu mamá te enseño a preparar mermelada de durazno, te dijo que los duraznos al quitarles la semilla y pelarlos pierden $\frac{1}{5}$ de su peso. Lo que queda se pone a cocer con una cantidad igual de azúcar. Durante la cocción la mezcla pierde $\frac{1}{4}$ de su peso. Si tú quisieras llevar a la escuela 3 kg de mermelada. ¿Cuántos kg de durazno necesitarías?

Solución:

Hacer un ejemplo:

10 Kg (4/5) = 8 Kg

8 Kg de durazno + 8 Kg de azúcar = 16 Kg

16 Kg (3/4) = 12 Kg

para 12 Kg de mermelada se necesitan 10 Kg de fruta

Hacer los cálculos para 3 Kg de mermelada:

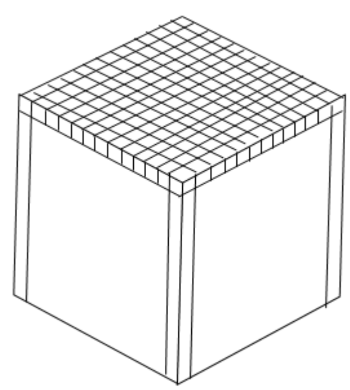
3 Kg + 3 X (1/3) = 4 Kg.

2 Kg durazno + 2 Kg de azúcar

2 Kg durazno = 4/5

2 ½ Kg de durazno original para obtener 3 Kg de mermelada

55. Uniendo cubitos de arista 1 se armó un cubo grande, sin huecos. Decimos que dos cubitos son vecinos si comparten una cara. Así, un cubito puede tener hasta 6 vecinos. Se sabe que la cantidad de cubitos que tienen exactamente cuatro vecinos es igual a 132. Calcular la cantidad de cubitos que tienen:



a).- Todo el cubo grande

b).- Exactamente 5 vecinos.

Solución:

Los cubos que tienen cuatro vecinos son los de las aristas sin contar los de las esquinas

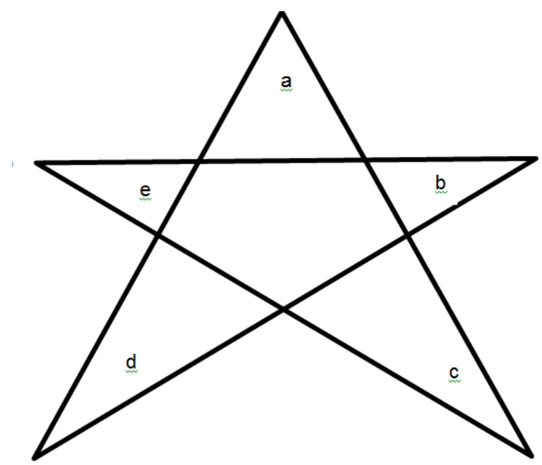
Como un cubo tiene 12 aristas entonces los cubos por arista serán:

$$\frac{132}{12} = 11\ cubos$$

Por arista tendrá entonces 13 cubos (incluidos los de las esquinas) y los cubos totales en el cubo grande serán $13^3 = 2197$ cubitos.

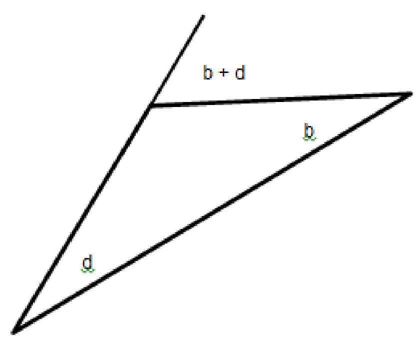
Los cubos con cinco vecinos serán los que están en cada cara sin contar los de las aristas y las esquinas: 11 X 11 = 121. Así los cubos totales que tienen cinco vecinos serán 121 multiplicado por el número de caras del cubo grande: 121 X 6 = 726 cubitos con cinco vecinos.

56. Tenemos una estrella pentagonal irregular (ningún ángulo de los picos es igual a otro). ¿Cuál será el valor de la suma de los ángulos de los cinco picos (a+b+c+d+e)? Justifica tu respuesta.

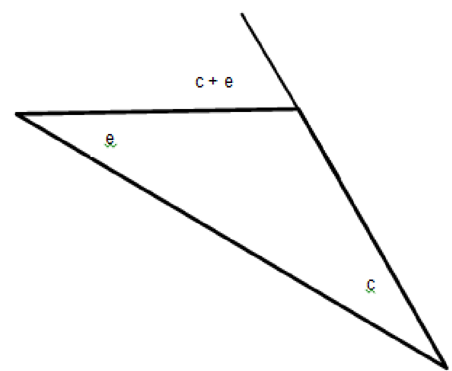


Solución:

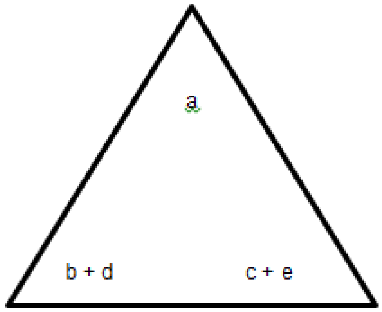
Se aísla un triángulo y se establece el ángulo complementario en el triángulo superior:



Se aísla otro triángulo y se establece el ángulo complementario en el triángulo superior:



Resolución de ángulos interiores de un triángulo:



a + b + c + d + e = 180º

57. Una compañía produce tornillos de acero de cierta medida y con una masa de 7 gr. No obstante puede aceptarse una variación de 2.14% en el peso de cada tornillo, ya sea más ligero o más pesado. Los tornillos se empacan para su venta en una caja la cual deberá pesar exactamente 1 Kg. Determina la cantidad máxima y mínima de tornillos así como el peso de cada tornillo, que puede traer la caja.

Solución:

Máximo número de tornillos:

La menor masa para un tornillo estará dada por: 7.0 – (0.0214 X 7.0) = 6.8502 gr.

Para encontrar el número máximo de tornillos dividimos $\frac{1000\ gr}{6.8502\ gr} \approx 145.9811.$

Pero ocupamos un número entero de tornillos, por lo tanto si escogemos 146 unidades la masa sería de 146 X 6.8502 gr. = 1000.1292 gr. 146 unidades se pasa de un kilogramo.

Para tener exactamente 145 tornillos en la caja con una masa de un kilogramo, lo primero es sacar la masa de los 145 tornillos: 145 X 6.8502 gr = 993.279 gr, para llegar al kilo le faltan 6.721 gr, por lo que dividimos esta cantidad entre 145 y se lo sumamos a cada tornillo: $\frac{6.721gr}{145} = 0.04635;$

6.8502 gr + 0.04635 gr = 6.89655 gr

Mínimo número de tornillos:

La masa más grande que puede tener un tornillo estará dada por: 7.0 + (0.0214 X 7.0) = 7.1498 gr.

Para encontrar el número mínimo de tornillos dividimos: $\frac{1000\ gr}{7.1498\ gr} \approx\ 139.864.$

Pero ocupamos un número entero de tornillos, por lo tanto escogemos 139 los cuales nos dan una masa total de 993.8222 gr. que es menos de un kilo.

Escogemos entonces 140 como numero de tornillos y nos dará una masa de 1000.972 gr. los 0.972 gr excedentes de masa lo dividimos entre 140: $\frac{0.972gr}{140} = 0.006942gr$ y se lo restamos a cada tornillo 7.1498 gr - 0.006942 gr = 7.14285 gr.

58. Los estudiantes de 1º y 2º de Secundaria de un centro escolar se distribuyen por curso y sexo como se indica en la tabla, aunque hay números desconocidos:

a) Completa los números que faltan tomando en cuenta que P(sea de 1º) = 130/245

b) Se elige un estudiante al azar y se consideran los siguientes sucesos:

Curso	Hombre	Mujer	Total
1º	60	a	f
2º	b	65	e
Total	c	d	245

- ✓ **A = "sea una mujer";**
- ✓ **B = "sea una mujer de 2º ";**
- ✓ **C = "sea un hombre de 1º ";**
- ✓ **D = "sea de 1º si se sabe que es un hombre";**
- ✓ **E = "sea un hombre si se sabe que es de 1º "**

Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos anteriores

Solución:

En base al dato proporcionado de:

P(de que sea de 1º) = $\frac{130}{245}$ podemos encontrar el valor de f = 130.

Así podemos encontrar también los demás valores:

Curso	Hombre	Mujer	Total
1º	60	70	130
2º	50	65	115
Total	110	135	245

a = 70 b = 50 c = 110 d = 135 e = 115

Con la tabla completa se calculan las probabilidades:

P(A) = $\frac{135}{245}$ P(B) = $\frac{65}{245}$ P(C) = $\frac{60}{245}$ P(D) = $\frac{60}{110}$ P(E) = $\frac{60}{130}$

59. Lalo que es bueno para las matemáticas se había portado mal en el salón mientras la profe andaba a la dirección. Cuando la maestra se enteró le dijo que para no levantar un reporte disciplinario, deberá hacer una suma de fracciones. La profe ya nos había explicado el concepto de mínimo común múltiplo y las operaciones con fracciones. Lalo la resolvió rápido y sin calculadora. ¿Qué resultado obtuvo?

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{5\times 6}+\cdots\cdots\cdots+\frac{1}{2018\times 2019}=$$

Solución:

Descomposición de las fracciones en resta de fracciones:

$$\boxed{\frac{1}{1}-\frac{1}{2}}+\boxed{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}+\boxed{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}+\boxed{\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}+\boxed{\frac{1}{5}-\frac{1}{6}}+\cdots\cdots\cdots+\boxed{\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019}}=$$

Análisis para la eliminación de las fracciones de distinto signo:

$$\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots\cdots\cdots+\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019}=$$

Definición de las fracciones que intervienen en la solución:

Encontrar la solución: $\frac{1}{1}-\frac{1}{2019}=\frac{2019-1}{1\times 2019}=\frac{2018}{2019}$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}+\frac{1}{(n+1)[(n+1)+1]}=\frac{n}{n+1}$$

60. Al entrevistar a un capitán antes de zarpar en su barco, le preguntaron cuántos pasajeros llevaba, el capitán respondió: $\frac{1}{6}$ de los pasajeros son adultos mayores, $\frac{1}{4}$ son niños y adolescentes, hay tres veces más adultos que adolescentes y hay 138 niños en el barco. Determina la cantidad de pasajeros que lleva el barco.

Solución:

Sea X el número de pasajeros en total. Digamos b el número de adultos mayores, a el número de adultos, l el número de adolescentes y n el número de niños. Por lo tanto:

X = b + a + l + n

Pero del total 1/6 son adultos mayores, b = 1/6 X

Y 1/4 de los pasajeros son niños o adolescentes, l + n = 1/4 X

Nos dicen que hay 138 niños, por lo tanto la ecuación anterior se reescribe así: l + 138 = 1/4 ,

l = 1/4 X – 138.

También nos dicen que hay tres veces más adultos que adolescentes: a = 3l = 3(1/4 X – 138). Sustituyendo en la ecuación general:

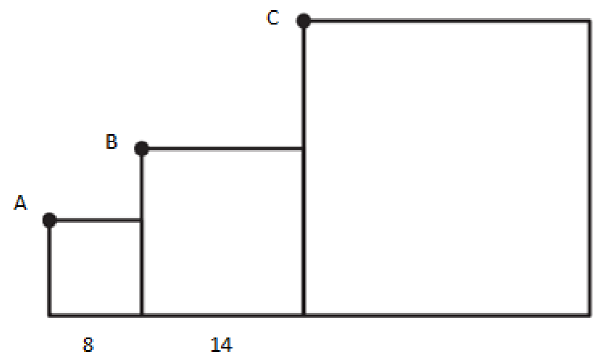
X = b + a + l + n = 1/6 X + 3(1/4 X – 138) + (1/4 X – 138) + 138

X = 1/6 X + 3/4 X – 414 + 1/4 X – 138 + 138 = 1/6 X + X – 414 = 7/6 X – 414

$\Rightarrow$ X= 7/6 X – 414

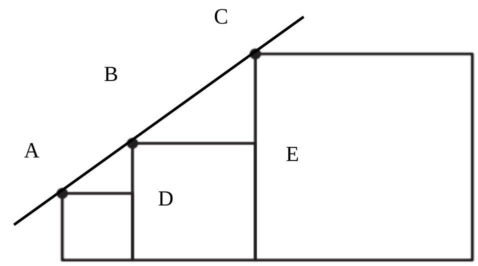
1/6 X = 414 $\Rightarrow$ X = 2484 pasajeros.

61. Tres cuadrados están colocados lado a lado como se muestra en la figura. El lado del cuadrado más pequeño mide 8 unidades, el lado del cuadrado del medio mide 14 unidades. Determina la medida del lado del cuadrado más grande sabiendo que los puntos A, B y C están alineados.



Solución:

Se dibuja una línea recta que toque los tres puntos (A, B y C) y se definen los puntos D y E:



Se establece una relación por semejanza de triángulos:

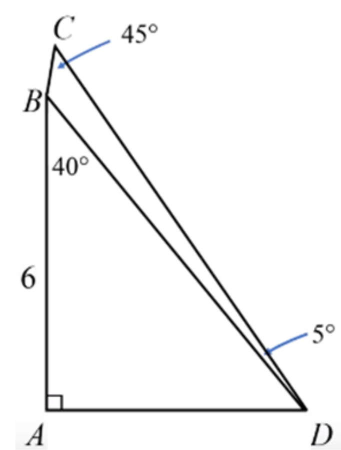
$\frac{BD}{AD} = \frac{CE}{BE}$; $\quad \frac{14-8}{8} = \frac{CE}{14}$; $\quad \frac{6}{8} = \frac{CE}{14}$; $\quad CE = \frac{84}{8} = \frac{21}{2}$

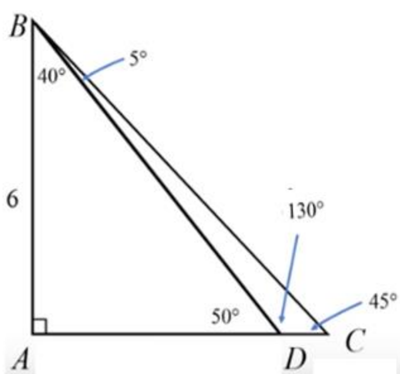
Establecer el resultado: medida del lado del cuadrado grande = 14 + $\frac{21}{2} = \frac{49}{2} = 24.5$

62. Encuentra el área del polígono irregular (de cuatro lados) formado por los puntos A, B, C y D. (la distancia $\overline{AB}$ vale 6 unidades)

Solución:

La solución podría ser trigonométrica, pero el camino que los jóvenes pueden seguir es girar sobre el lado BD el triángulo BCD, de tal forma que el ángulo de 45º quede en el lado contrario al ángulo de 40º :





Así el ángulo ABC sería de 40º + 5º = 45º

Por lo que el lado AB = 6 sería igual al lado AC

Finalmente tenemos que el área del triángulo será:

A = (6)(6)/2 = 18 unidades cuadradas.

63. En una empresa trabajan 3 mujeres por cada 2 hombres. Se sabe que el 20% de las mujeres y el 26% de los hombres necesitan lentes. Con esos datos construye una tabla de contingencia que distribuya a los trabajadores según su sexo y necesidad de lentes. A partir de los datos de esa tabla, si se elige un empleado al azar encuentra la probabilidad de los sucesos que se indican: a) Que sea mujer. b) Que sea una mujer y necesite lentes. c) Que sea mujer si necesita lentes. d) Que sea mujer y no necesite lentes u hombre que ocupe lentes.

Solución:

Para evitar tener números fraccionarios, pues no se pueden tener fracciones de personas, escogemos el número mínimo de mujeres y hombres en la empresa que es de 300 y 200 respectivamente o sea 500 trabajadores. Necesitan lentes el 20% de las mujeres → (300 · 0.20) = 60 y necesitan lentes el 26% de los hombres → (200 · 0.26) = 52.

a) Que sea mujer → P(M) = 300 / 500 = 0.6

b) Que sea una mujer y necesite lentes → P(ML) = 60 / 500 = 0.12

c) Que sea mujer si necesita lentes → P(M/L) = 60 / 112 = 0.5357

d) Que sea mujer y no necesite lentes u hombre que ocupe lentes

→ P(MNL U HL) = 240 / 500 + 52 / 500 = 0.584

Curso	Mujeres	Hombres	Total
Necesitan lentes (L)	60	52	112
No necesitan lentes (NL)	240	148	388
Total	300	200	500

Material elaborado por:

Silverio Camarena Garay.- Responsable del Taller de Matemáticas del Centro de Ciencias de Sinaloa.

Luis Guillermo Higuera Pérez.- Auxiliar del Taller de Matemáticas del Centro de Ciencias de Sinaloa.

Jorge Adalberto Navarro Castillo.- Coordinación de Fomento Educativo del Centro de Ciencias de Sinaloa.

Salvador Hernández Vaca.- Coordinación de Fomento Educativo del Centro de Ciencias de Sinaloa.